回忆人 吴诗童

2017数学分析期末试卷

1,路径为A(1,2),B(2,0),C(2,1),D(1,1)，方向逆时针，求$\int_L (x^2+y^2)dx+(x^2-y^2)dy$

2,$z=x^2+y^2, z\leqq a^2$围成的曲面下侧，求$\iint_S (y^2-z)dydz+(z^2-x)dzdx+(x^2-y)dxdy$

3,用Γ函数表示下列积分$\int_0^{+\infty} e^{-x^n}dx$

4,判断$\prod_{n=1}^{+\infty}(1+\frac{\cos nx}{n})$的收敛性

5,证明:$\int_1^{+\infty}\frac{\sin x}{x}(1+\frac{1}{x})^x dx$条件收敛

6,求$f(x)=\sin x$在$x_0=\frac{\pi}{6}$处的泰勒级数

7,求证$\sum_{n=1}^{+\infty}\sin\frac{1}{2^n x}$在$[0,+\infty]$上内闭一致收敛非一致收敛

8,求$\sum_{n=1}^{+\infty}(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n})x^n$的收敛区间，并证明其和函数为$-\frac{\ln(1+x)}{1-x}$

9,设$f(x)$在$[0,1]$上连续且恒正，求证: $\lim_{p\to 0+}(\int_0^1 f^p(x)dx)^{\frac{1}{p}}=e^{\int_0^1\ln f(x)dx}$

2017复变函数期末试题

1,分别在$0+\infty$的邻域把$f(z)=z^2e^{\frac{1}{z}}$展成洛朗级数并指出收敛范围，并求$f(z)$在扩充复平面中奇点及类型

2,应用留数定理，求$\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{a_1+a_2\cos\theta}$

3,$e^z-e^\lambda z^n=0$在$|z|<1$内有n个根$(\lambda>1)$

4,D有界,$f(z)$在D内解析，∂D上$f(z)\neq 0$,求证:$f(z)$在D中至多有限个零点

5,(1)叙述刘维尔定理

(2)$f(z)$有界整函数,$z_z,z_2\in K$,求证:
$\int_{|z|=r}\frac{f(z)}{(z-z_1)(z-z_2)}dz=0$

(3)用(2)中结果证明刘维尔定理

6,$f(z)$在z=0的邻域K=$\{z|0 < |z| < 1\}$解析,$f(z)$非常数且有$\forall z \in K, |Ref(z)| \leq M$,证明: z=0为$f(z)$的可去奇点

2017**抽象代数期末试题**

1,(1)交换幺环R的幂零元是否构成理想

(2)I,J为理想且$I \cap J = \{0\}$则$\forall a \in I, b \in J, ab = 0$

(3)判断$< p^2 >$和$< 2p >$是否为素理想

(4)判断$f(x) = x^3 + 3x + 1$在$Q[x]$上是否可约,在$Z_5[x]$上是否可约

2,$\forall a \in R, a \neq 0, a^2 = a$求证:
(1)R为交换环 (2)当$|R| \geqq 3$时，R非整环

3,$R = Z[\sqrt{2}], M = < \sqrt{2} >$,求证:M为R的极大理想

4,高斯整环$Z[\sqrt{-1}]$求证:
(1) $Z[x]/ < x^2 + 1 > \cong Z[\sqrt{-1}]$

(2)求$Z[\sqrt{-1}]$中单位

(3)$a+b\sqrt{-1}$ 为素元 $\iff$ a^2+b^2为素数

5,在$Q\sqrt[3]{2}$中求$1+\sqrt[3]{2}$的逆元

6,$[F(\alpha):F]=m,[F(\beta):F]=N$,求证:

(1)$[F(\alpha,\beta):F]\leq mn$

(2)当(m,n)=1时$[F(\alpha,\beta):F]=mn$